



بطاقات منهجية
في

الفيزياء

رقم

1

Hard_equation

الظواهر

الكهربائية

ثنائي القطب (R,L)

Dipôle (R,L)

AS

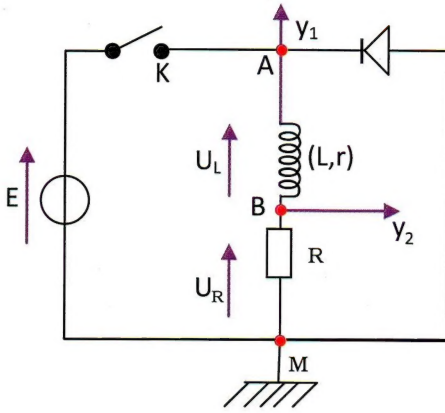
Physique

BAC



تطور شدة التيار الكهربائي المار في وشيعة تحريضية

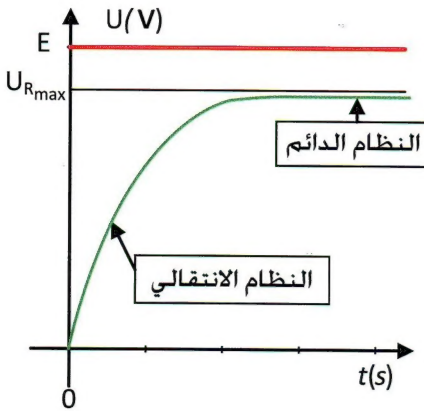
1



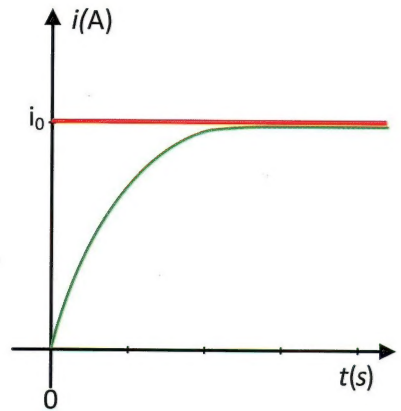
نحقق التركيب التجريبي الموافق للدائرة الكهربائية المبينة على الشكل المقابل. و نربط مع الدارة راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة بغرض مشاهدة تطور التوترين U_{AM} و U_{BM} على المدخلين Y_1 و Y_2 على التوالي. نشاهد على المدخل Y_1 تطور التوتر بين طرفي المولد. و نشاهد على المدخل Y_2 تطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي R .

ملاحظة: يترجم أيضا المنحنى البياني الذي يتم الحصول عليه عند المدخل Y_2 تطور شدة التيار بتقريب الثابت $\frac{1}{R}$ و ذلك على اعتبار أن: $U_R = R.i$

عند **غلق** القاطعة K ، تخضع الوشيعة إلى تغير مفاجئ في التوتر بين طرفيها، فينشأ تيار كهربائي يجتاز الوشيعة تنزايد شدته تدريجيا خلال مرحلة النظام الانتقالي لتنتهي نحو قيمة عظمى ثابتة موافقة لحالة النظام الدائم.

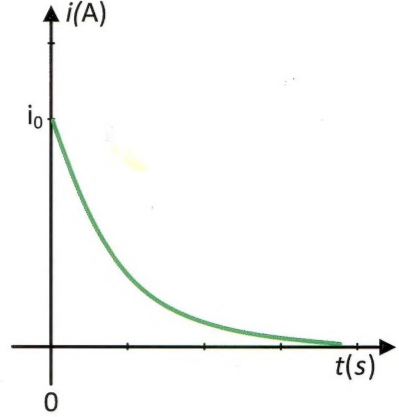
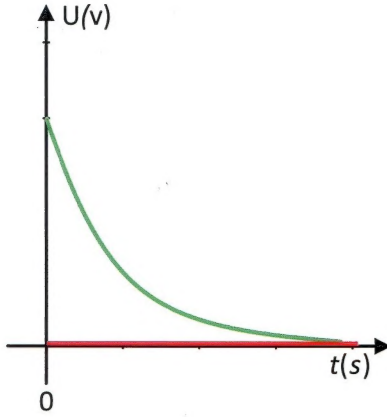


تطور التوترين U_{BM} و U_{AM} بعد غلق القاطعة.



تطور شدة التيار بعد غلق القاطعة.

و عند فتح القاطعة K، لا يختفي التيار فجأة لأن الشدة تنعدم تدريجياً.



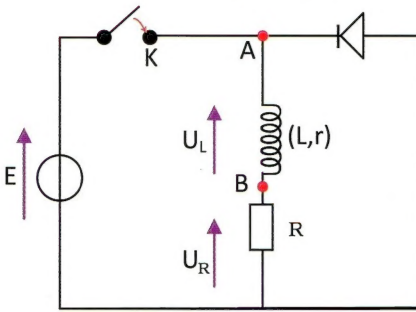
تطور التوترين U_{AM} و U_{BM} بعد فتح القاطعة.

تطور شدة التيار بعد فتح القاطعة.

الدارة (R,L) : المعادلة التفاضلية عند نشأة التيار

2

نحقق الدارة الكهربائية المبينة بمخطط التركيب التجريبي التالي :



عند غلق القاطعة K ، لا يجري تيار كهربائي في الصمام (الصمام موقوف).

بتطبيق قانون جمع التوترات، نكتب :

$$E = U_L + U_R$$

$$U_L = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i \quad \text{و حيث أن :}$$

$$U_R = R \cdot i \quad \text{و}$$

$$\text{إذن : } L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + R \cdot i = E \quad \text{أي :}$$

$$\frac{L}{R+r} \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{r+R} \quad \text{أو بالقسمة على } (R+r) : L \cdot \frac{di}{dt} + (R+r) \cdot i = E$$

و هي المعادلة التفاضلية المطلوبة.

حل المعادلة التفاضلية :

إن حل هذه المعادلة التفاضلية هو من الشكل : $i(t) = A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

لنتحقق من هذا الحل مع تحديد A و B و τ :

باشتقاق عبارة $i(t)$ بالنسبة للزمن، نجد : $\frac{di}{dt} = -\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

و بالتعويض عن $\frac{di}{dt}$ و $i(t)$ في المعادلة التفاضلية ، نجد :

$$\frac{L}{R+r} \left(-\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R+r}$$

$$e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left[-\frac{L.B}{(R+r).\tau} + B \right] + A = \frac{E}{R+r} \quad \text{أي أن :}$$

فحتى تتحقق المعادلة السابقة، يجب أن يكون :

$$-\frac{L.B}{(R+r).\tau} + B = 0 \quad \text{و} \quad A = \frac{E}{R+r}$$

$$A = \frac{E}{R+r} = i_0 \quad \text{إذن :}$$

$$\frac{L.B}{(R+r).\tau} = B \Rightarrow \tau = \frac{L}{R+r} \quad \text{و كذلك :}$$

ويمكن تعيين B من الشرط الابتدائي التالي : $t = 0, i = 0$

و بتطبيق هذا الشرط على معادلة الحل، نجد : $i(0) = A + B$

إذن : $B = -A$

$$B = -\frac{E}{R+r} = -i_0 \quad \text{أي أن :}$$

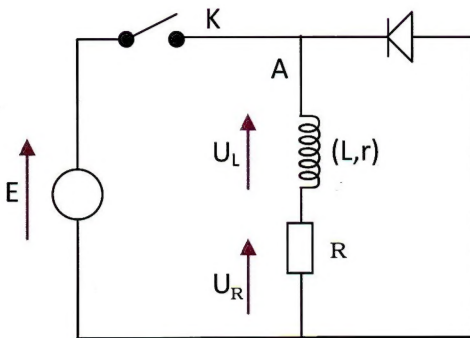
فتصبح بذلك عبارة حل المعادلة التفاضلية هي : $i(t) = i_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$i(t) = i_0 \left(1 - e^{-\left(\frac{R+r}{L}\right)t} \right) \quad \text{أو :}$$

الدارة (R,L) :

المعادلة التفاضلية عند انقطاع التيار

3



نعتبر مخطط التركيب التجريبي التالي :
عند غلق القاطعة K، تخزن الوشيعية طاقة
و عند فتح القاطعة يتم تفريغ هذه الطاقة عبر
المقاومة.

بتطبيق قانون جمع التوترات، نكتب :

$$U_L + U_R = 0$$

$$U_L = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i \quad \text{و حيث أن :}$$

$$U_R = R \cdot i$$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + R \cdot i = 0 \quad \text{إذن :}$$

$$\frac{L}{R+r} \cdot \frac{di}{dt} + i = 0 \quad \text{أي أن :} \quad L \cdot \frac{di}{dt} + (R+r) \cdot i = 0 \quad \text{أو بالقسمة على (R+r) :}$$

و هي المعادلة التفاضلية المطلوبة.

حل المعادلة التفاضلية :

إن حل هذه المعادلة التفاضلية هو من الشكل : $i(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

لنتحقق من هذا الحل مع تحديد A و τ :
 باشتقاق عبارة $i(t)$ بالنسبة للزمن، نجد : $\frac{di}{dt} = -\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

و بالتعويض عن $\frac{di}{dt}$ و $i(t)$ في المعادلة التفاضلية، نجد :

$$\frac{L}{R+r} \cdot \left(-\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$\text{أي أن : } e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left[-\frac{L.A}{(R+r).\tau} + A \right] = 0$$

فحتى نتحقق المعادلة السابقة، يجب أن يكون : $-\frac{L.A}{(R+r).\tau} + A = 0$

$$\text{و منه : } \tau = \frac{L}{R+r}$$

و يمكن تعيين A اعتمادا على الشرط الابتدائي التالي : $t = 0$ ، $i = i_0$
 و بتطبيق هذا الشرط على معادلة الحل، نجد : $i(0) = A$

إذن : $A = i_0$

و بذلك تصبح عبارة حل المعادلة التفاضلية هي : $i(t) = i_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\text{أو : } i(t) = i_0 \cdot e^{-\left(\frac{R+r}{L}\right) \cdot t}$$

التحليل البعدي لثابت الزمن τ في الدارة (R,L)



نتحقق عن طريق التحليل البعدي أن ثابت الزمن τ هو فعلا زمن يقدر بالثانية، علما أن :

$\tau = \frac{L}{R_{\text{totale}}}$ ، حيث R_{totale} هي المقاومة الكلية للدارة.

* حسب قانون أوم، لدينا : $U = R \cdot i \Rightarrow R = \frac{U}{i}$

و عليه فإن بعد R هو إذن : $[R] = \frac{[U]}{[I]}$ (1)

* يعطى التوتر بين طرفي وشيعة بالعلاقة : $U = L \cdot \frac{di}{dt} \Rightarrow L = U \cdot \frac{dt}{di}$

فيكون بذلك بعد L هو إذن : $[L] = [U] \frac{[T]}{[I]}$ (2)

و عليه، فإن بعد τ هو إذن : $[\tau] = \frac{[L]}{[R]}$

و بالرجوع إلى المعادلتين (1) و (2)، نجد : $[\tau] = [U] \times \frac{[T]}{[I]} \times \frac{[I]}{[U]}$

و بعد الاختزال، نجد : $[\tau] = [T]$

نستنتج من ذلك إذن أن τ له بعد الزمن ، فيقدر بالثانية (s)

تعيين ثابت الزمن τ للدارة (R,L)

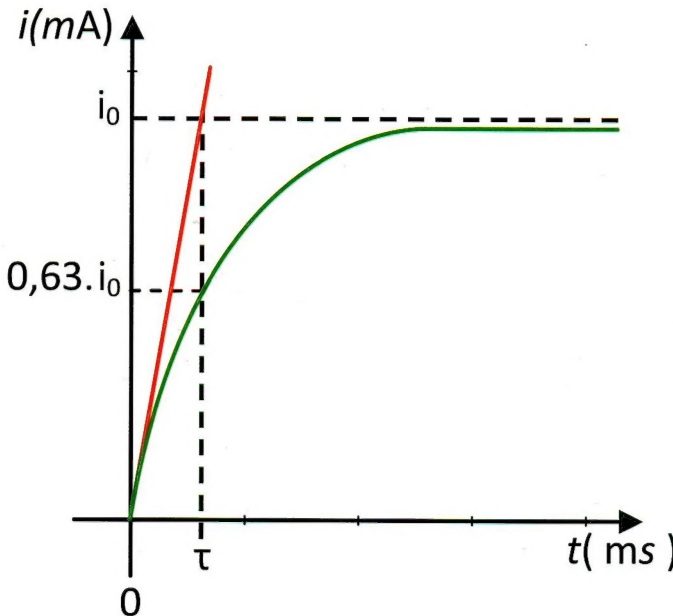
5

1 - تعريف ثابت الزمن τ :

يعرف ثابت الزمن τ للدارة (R,L) على أنه المدة الزمنية المستغرقة، بعد غلق القاطعة K، كي تبلغ شدة التيار i في الدارة 63% من قيمتها i_0 في النظام الدائم أو 37% من قيمتها الابتدائية i_0 بعد فتح القاطعة K. يعبر ثابت الزمن τ عن رتبة مقدار المدة الزمنية للنظام الانتقالي و تعطى عبارته بدلالة مميزات الدارة L، R بالعلاقة :

$$\tau = \frac{L}{R} \quad , \quad \text{حيث } R \text{ هي المقاومة الكلية للدارة}$$

2 - طريقة تعيين τ أثناء نشأة التيار:



* الطريقة الأولى (بيانية) :

- نرسم المماس للمنحنى البياني في اللحظة $t = 0$.
- نعين بالإسقاط فاصلة نقطة تقاطع المماس مع الخط المقارب $i = i_0$ حيث القيمة الموافقة لها هي ثابت الزمن τ .

* الطريقة الثانية (بيانية) :

- نحسب قيمة الشدة i الموافقة لـ $63\% \cdot i_0$ ، أي $0,63 \cdot i_0$ و نعينها على محور الترتيب.
- بالإسقاط نعين قيمة الفاصلة الموافقة لهذه الترتيبة حيث تمثل هذه القيمة ثابت الزمن τ .

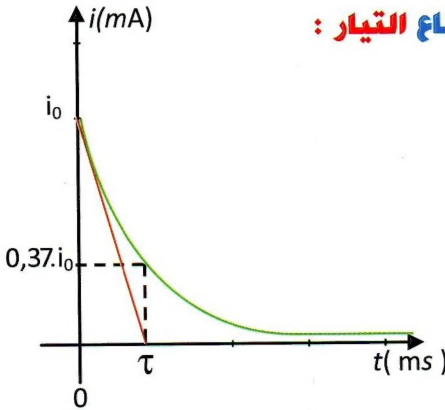
* الطريقة الثالثة (حسابية) :

- يمكن تعيين ثابت الزمن τ حسابيا بالاعتماد على العلاقة التي تربط بين المقادير τ ،

$$\tau = \frac{L}{R} \quad : L \text{ و } R$$

حيث τ مقدار بالثانية (s)، R بالأوم (Ω) و L بالهنري (H).

3 - طريقة تعيين τ أثناء انقطاع التيار :



* الطريقة الأولى (بيانية) :

- نرسم المماس للمنحنى البياني في اللحظة $t = 0$.
- نعين فاصلة نقطة تقاطع المماس مع محور الأزمنة حيث القيمة الموافقة لها هي ثابت الزمن τ .

* الطريقة الثانية (بيانية) :

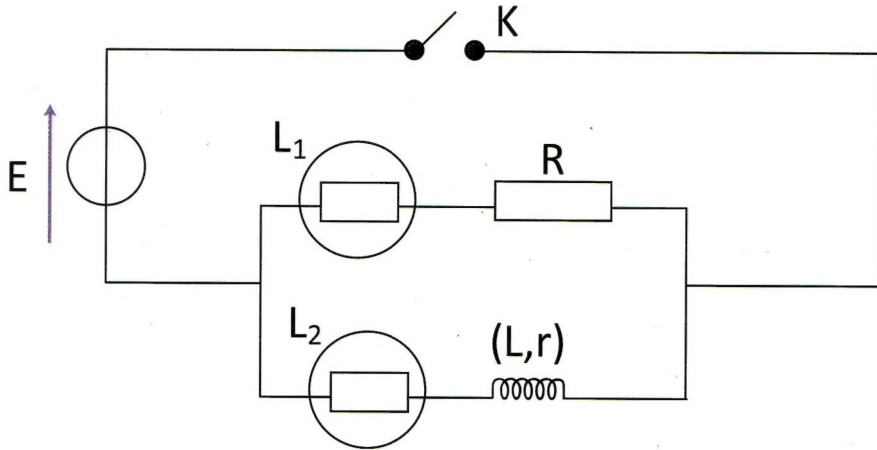
- نحسب قيمة الشدة i الموافقة لـ $37\% \cdot i_0$ ، أي $0,37 \cdot i_0$ و نعينها على محور الترتيب.
- بالإسقاط نعين قيمة الفاصلة الموافقة لهذه الترتيبة حيث تمثل هذه القيمة ثابت الزمن τ .

* الطريقة الثالثة (حسابية) :

- يمكن تعيين ثابت الزمن τ حسابيا بالاعتماد على العلاقة التي تربط بين المقادير τ ،

$$\tau = \frac{L}{R} \quad : L \text{ و } R$$

نحقق التركيب التجريبي المبين في الشكل التالي :



نغلق القاطعة K و نلاحظ ماذا يحدث بخصوص توهج المصباحين L_1 و L_2 . يتوهج المصباح L_1 آنيا و قبل المصباح L_2 و بعد وقت قصير تصبح إضاءة المصباحين متماثلة إذن يوجد تأخر في نشأة التيار في الفرع الذي يحتوي على الوشاعة.

تؤخر الوشاعة نشأة التيار في الفرع الذي يحتوي عليها، فهي تمنع بذلك ظهور التيار في الدارة لوقت قصير.

يظهر من خلال الظاهرة المشاهدة نظام انتقالي لنشأة التيار في الدارة قبل أن يتم بلوغ النظام الدائم.

ملاحظة :

تحصل نفس الظاهرة عند انقطاع التيار لما تفتح القاطعة K .

أخي / أختي

إن إستفدت من هذا الملف فالرجاء أن تدع لي
و للمؤلف بالخير و النجاح و المغفرة. 😊

Hard_equation